

Kolokwium z algebry liniowej II

Zadanie 1. (a) Dla jakich p macierz

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & p & p & p \\ 1 & 2 & p & 1 \\ 1 & 2 & p & 2 \end{bmatrix}$$

jest odwracalna.

(b) Dla jakich p układ równań

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & p & p & p \\ 1 & 2 & p & 1 \\ 1 & 2 & p & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

ma przynajmniej jedno rozwiązanie.

Zadanie 2. Wyznacz macierz odwrotną do

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Zadanie 3. Wyznacz zbiór rozwiązań układu równań:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 2x_3 &= 1 \\ x_2 + x_3 + x_4 &= 2 \\ 2x_1 + x_3 + 2x_4 &= -1 \end{aligned}$$

Zadanie 4. (a) Wyznacz wartości własne macierzy $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ i jakąkolwiek parę odpowiadających im wektorów własnych. (b) Oblicz $A^{35}\mathbf{x}$, gdzie $\mathbf{x} = (1, 4)$.